



## Xác định chênh lệch độ cao giữa hai điểm bằng đồng hồ nguyên tử, một thí nghiệm tại Vũ Hán

Hoàng Anh Thế<sup>1,\*</sup>, Đậu Khắc Tài<sup>1</sup>, Shen Wenbin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Viện Nông nghiệp và Tài Nguyên, trường Đại học Vinh, 182 đường Lê Duẩn, thành phố Vinh, Việt Nam

<sup>2</sup>Đại học Vũ Hán, đường Luojiashan, quận Wuchang, Thành phố Wuhany, tỉnh Hồ Bắc, Trung Quốc

Email tác giả liên hệ: anhthe.dhv@gmail.com

### Tóm tắt:

Các ứng dụng của trắc địa tương đối tính (relativistic geodesy) ngày càng được các nhà khoa học quan tâm và nghiên cứu khai thác. Nhiều nghiên cứu về trắc địa tương đối tính đã thu được những kết quả rất khả quan trong các lĩnh vực đo đạc yêu cầu độ chính xác cao như trắc địa vệ tinh, đo đạc vũ trụ, trắc địa trọng lực... Bài báo này trình bày kết quả một thí nghiệm về xác định chênh cao giữa hai điểm bằng cách so sánh tần số của hai đồng hồ nguyên tử quang học, được thực hiện tại Vũ Hán, Trung Quốc. Kết quả của thí nghiệm đã cho thấy chênh lệch giữa chênh cao xác định bằng phương pháp so sánh tần số đồng hồ và chênh cao xác định bằng phương pháp thủy chuẩn là ở mức centimet.

**Từ khóa:** Trắc địa tương đối tính, Độ cao chính, Đồng hồ nguyên tử quang, So sánh tần số.

Ngày nhận bài: 25/02/2024

Ngày sửa lại: 06/03/2024

Ngày chấp nhận đăng: 08/03/2024

Ngày xuất bản: 30/03/2024

## Determining the height difference between two points using optical clocks, an experiment in Wuhan

Hoang Anh The<sup>1,\*</sup>, Dau Khac Tai<sup>1</sup>, Shen Wenbin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>School of Agriculture and Resources, Vinh University, No 182 Le Duan Road, Vinh City, Viet Nam

<sup>2</sup>Wuhan University, Luojiashan Road, Wuchang District, Wuhan City, Hubei Province, P. R. China

Corresponding Author Email: anhthe.dhv@gmail.com

### Abstract:

The applications of relativistic geodesy are increasingly being studied and exploited by scientists. Many studies on relativistic geodesy have obtained very positive results in measurement fields requiring high accuracy such as satellite geodesy, space geodesy, gravity geodesy, etc. This study presents the results of an experiment on determining the height difference between two points by comparing the frequencies of two optical atomic clocks, in Wuhan, China. The experiment results showed that the difference between the height difference determined by the clock frequency comparison method and the height difference determined by the leveling method was at the centimeter level.

**Keywords:** relativistic geodesy, orthometric height, optical clock, frequency comparison

Submission received: 25/02/2024

Revised: 06/03/2024

Accepted: 08/03/2024

Published: 30/03/2024

### 1. Mở đầu

Trong Trắc địa, độ cao chính là một đại lượng quan trọng, được sử dụng nhiều trong nghiên cứu khoa học, kỹ thuật cũng như đời sống hằng ngày. Ở một số quốc gia trên thế giới, độ cao chính được sử dụng làm cơ sở cho hệ độ cao Nhà nước [1]. Độ cao chính có thể được xác định bằng một số phương pháp truyền thống như phương pháp thủy chuẩn hình học, phương pháp đo cao GPS kết hợp số liệu trọng lực [2],... Các phương pháp này đều có những ưu điểm và nhược điểm riêng. Trong nỗ lực nghiên cứu để phát minh các phương pháp đo đạc mới, các nhà khoa học đã đề xuất một hướng nghiên cứu có nhiều triển vọng, đó là ứng dụng trắc địa tương đối tính để xác định độ cao chính.

Trắc địa tương đối tính dựa trên thuyết tương đối rộng của Albert Einstein, cho rằng: đồng hồ đặt tại điểm có vị trí cao hơn sẽ chạy nhanh hơn đồng hồ đặt tại điểm ở vị trí thấp hơn [3]. Như vậy, khi so sánh đồng hồ tại hai vị trí, chúng ta hoàn toàn có thể xác định được chênh lệch độ cao giữa hai điểm đó. Theo lý thuyết đó, có hai hướng tiếp cận đã được các nhà khoa học nghiên cứu. Hướng tiếp cận thứ nhất do Bjerhammar đề xuất, cho rằng chênh cao giữa các điểm có thể được xác định bằng cách so sánh tốc độ của một đồng hồ nguyên tử tại các điểm khác nhau trên bề mặt Trái đất (gọi là phương pháp vận chuyển đồng hồ) [4]. Một hướng tiếp cận khác, được gọi là phương pháp dịch chuyển tần số trọng lực, cho rằng sự thay đổi khi truyền tần số giữa hai đồng hồ tại hai vị trí khác nhau thể hiện chênh lệch độ cao giữa hai điểm đó [5]. Đã có nhiều nghiên cứu của các nhà khoa học về những ứng dụng như vậy của đồng hồ nguyên tử trong trắc địa đã được công bố rộng rãi [6-8]. Các nghiên cứu cho thấy, để xác định độ chênh lệch độ cao chính với độ chính xác 1 cm chúng ta cần phải xác định độ lệch thời gian hoặc độ lệch tần số ở mức độ chính xác là  $1 \times 10^{-18}$ . Tuy nhiên, trong một thời gian dài, độ chính xác của đồng hồ là một rào cản lớn cho các thí nghiệm để chứng minh lý thuyết này. Những năm gần đây, đồng hồ nguyên tử quang học xuất hiện và liên

tiếp tạo ra những bước đột phá về độ chính xác. Từ năm 2012 cho đến nay, các đồng hồ có độ chính xác  $10^{-17}$  đến  $10^{-18}$  đã được các nhà khoa học công bố, cung cấp nhiều tiềm năng ứng dụng trong Trắc địa [9].

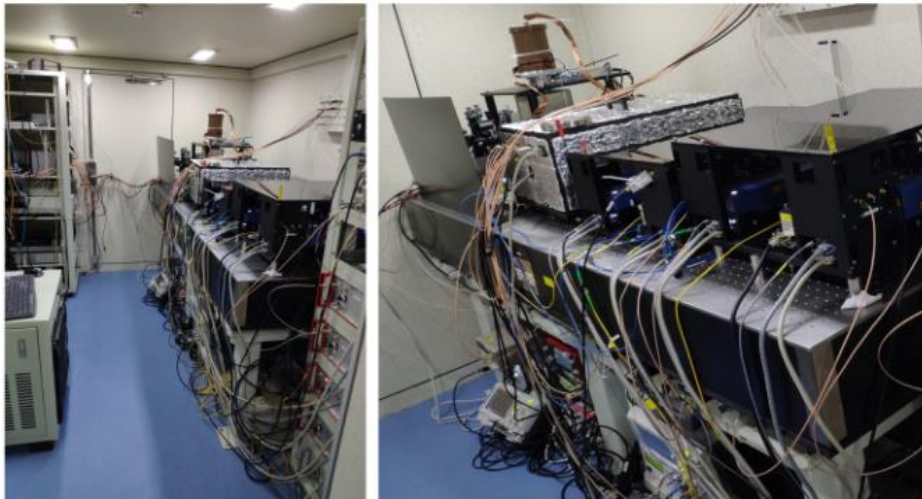
Để so sánh tần số giữa hai đồng hồ, chúng ta có thể so sánh tín hiệu đồng hồ truyền qua vệ tinh và tín hiệu đồng hồ được truyền thông qua sợi cáp quang kết nối giữa hai đồng hồ. Trong các phương pháp đó, phương pháp so sánh tín hiệu đồng hồ truyền qua sợi cáp quang đang có độ chính xác cao nhất vì nó loại bỏ được các lỗi ảnh hưởng do môi trường. Năm 2020, các nhà khoa học Nhật Bản đã thực hiện một thí nghiệm sử dụng đồng hồ quang học đo chênh cao giữa hai điểm đặt trên tháp truyền hình Tokyo, với độ chênh cao là 450 m. Kết quả cho thấy chênh cao đo được bằng phương pháp so sánh tần số đồng hồ chênh lệch so với các phương pháp truyền thống ở mức 5 cm [10].

Nghiên cứu này trình bày kết quả một thí nghiệm được thực hiện tại Vũ Hán, Trung Quốc. Hai đồng hồ nguyên tử được so sánh với nhau thông qua một kết nối sợi quang dài 100 m. Kết quả thí nghiệm cho thấy chênh cao thu được là  $4.33 \pm 0.11$  m, tương xứng với giá trị chênh cao  $4.34 \pm 0.03$  m được xác định bằng phương pháp thủy chuẩn hình học.

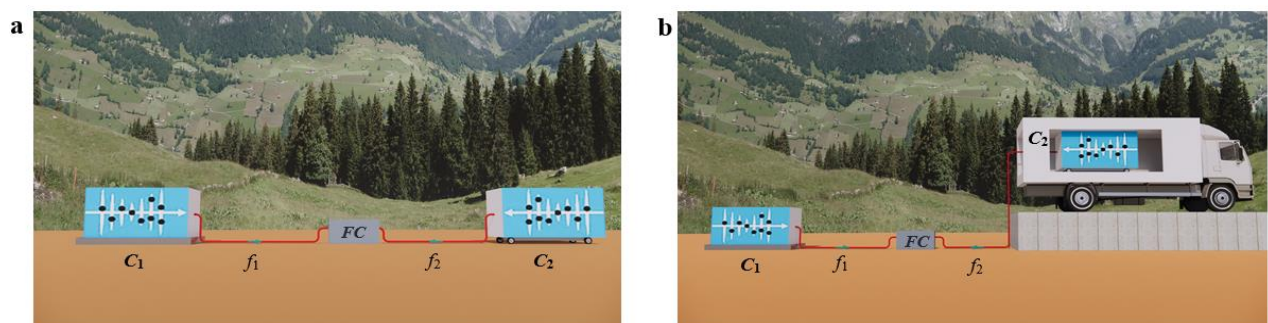
## 2. Dữ liệu và phương pháp nghiên cứu

### 2.1. Dữ liệu nghiên cứu

Thí nghiệm được thực hiện tại Học viện đổi mới khoa học và đo lường độ chính xác cao, thuộc Viện hàn lâm khoa học Trung Quốc, tại Vũ Hán, Hồ Bắc, Trung Quốc [11]. Đồng hồ sử dụng trong thí nghiệm là hai đồng hồ nguyên tử quang học  $\text{Ca}^+$  có độ ổn định ở mức  $1.3 \times 10^{-17}$  (Hình 1). Một đồng hồ được đặt cố định trong phòng thí nghiệm ( $C_1$ ), cái thứ hai là loại đồng hồ nguyên tử có thể di chuyển được (transportable optical clock -  $C_2$ ), hai đồng hồ được nối với nhau bởi một sợi quang dài 100 m (Hình 2). Đầu tiên, thực hiện so sánh hai đồng hồ tại cùng một vị trí độ cao và thu được dữ liệu chênh lệch tần số tại vị trí này. Tiếp theo, đồng hồ có thể di chuyển được đặt lên một xe chuyên dụng, lúc này vị trí của nó sẽ cao hơn vị trí cũ là 4.34 m (xác định bằng phương pháp thủy chuẩn hình học). Tiến hành so sánh tần số hai đồng hồ ở vị trí chênh lệch độ cao, thu được dữ liệu chênh lệch tần số tại vị trí này. Quá trình thí nghiệm được mô tả trong Hình 2.



Hình 1. Đồng hồ nguyên tử quang học  $\text{Ca}^+$  sử dụng trong thí nghiệm [11]



Hình 2. Sơ đồ thí nghiệm: (a) Hai đồng hồ đặt cùng độ cao. (b) Hai đồng hồ chênh nhau 4.34 m.

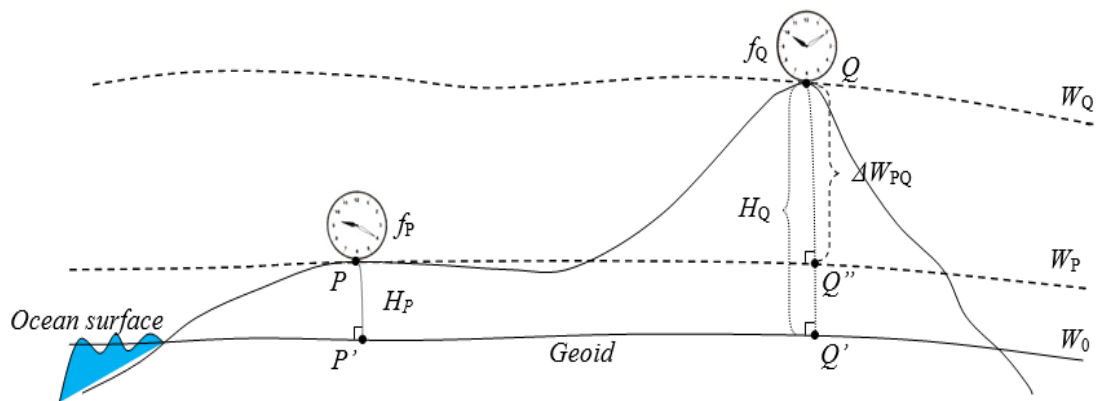
Trong kết quả so sánh tần số thu được, ngoài sự dịch chuyển tần số do thế năng hấp dẫn gây ra còn có sự dịch chuyển tần số gây ra bởi sai số của hệ thống. Việc so sánh tần số đồng hồ tại hai vị trí giúp cho quá trình xử lý số liệu có thể loại bỏ được sai số hệ thống, chỉ còn giữ lại chênh lệch tần số gây ra do sự khác biệt thế năng hấp dẫn.

## 2.2. Phương pháp nghiên cứu

Trắc địa tương đối tính dùng phương trình dịch chuyển tần số trọng lực là cơ sở khoa học để xác định chênh lệch thế trọng trường giữa hai điểm dựa trên thuyết tương đối rộng của Albert Einstein. Giả sử một đồng hồ đặt tại điểm P phát ra một tần số  $f_P$  và một đồng hồ khác đặt tại điểm Q nhận được tần số  $f_Q$  (Hình 3). Do chênh lệch thế trọng trường giữa hai điểm P và Q nên  $f_P$  và  $f_Q$  là khác nhau. Ta có phương trình sau [12]:

$$W_Q - W_P = -\frac{f_Q - f_P}{f} c^2 \quad (1)$$

trong đó,  $W_P$  và  $W_Q$  tương ứng là thế trọng trường tại 2 điểm P và Q; c là tốc độ ánh sáng trong chân không. Công thức (1) được gọi là phương trình dịch chuyển tần số trọng lực, mô tả mối quan hệ giữa chênh lệch tần số và chênh lệch thế trọng trường giữa hai điểm.



Hình 3. Xác định chênh cao bằng phương pháp so sánh tần số đồng hồ.

Gọi  $H_P$ ,  $H_Q$  tương ứng là độ cao chính của điểm P và Q; chênh lệch thế trọng trường giữa hai điểm P và Q là  $\Delta W_{PQ} = W_Q - W_P$ ; dịch chuyển tần số giữa hai điểm P và Q là  $\Delta f_{PQ} = f_Q - f_P$ . Giả sử chúng ta đã biết độ cao chính của điểm P, lúc này, độ cao chính của điểm Q có thể được xác định theo công thức sau [13]:

$$H_Q = \frac{H_P(g_P + 0.0424 \times H_P) - \Delta W_{PQ}}{g_Q + 0.0424 \times H_Q^0} \quad (2)$$

trong đó,  $g_P$ ,  $g_Q$  là giá trị trọng lực tại điểm P và Q (đơn vị  $\text{cm/s}^2$ );  $H_Q^0$  là độ cao gần đúng tại điểm Q (đơn vị km), giá trị này không ảnh hưởng đến kết quả tính  $H_Q$  vì  $H_Q$  sẽ được xác định bằng quá trình tính lặp. Kết hợp công thức (1) và (2), ta có:

$$H_Q = \frac{H_P(g_P + 0.0424 \times H_P)}{g_Q + 0.0424 \times H_Q^0} + \frac{\Delta f_{PQ}}{f} c^2 \quad (3)$$

Từ công thức (3) ta thấy, nếu có thể xác định được giá trị chuyển dịch tần số  $\Delta f_{PQ}$  thì chúng ta có thể tính được độ cao điểm Q. Đây là nguyên tắc xác định độ cao của một điểm dựa trên phương pháp so sánh tần số đồng hồ.

## 3. Kết quả nghiên cứu và thảo luận

### 3.1. Quy trình xử lý số liệu

Số liệu trong nghiên cứu này được cung cấp bởi Viện hàn lâm khoa học Trung Quốc, do Huang và công sự thực hiện [11]. Số liệu đo bao gồm 2 tệp dữ liệu: Tệp dữ liệu đo tại vị trí hai đồng hồ cùng độ cao và tệp dữ liệu đo tại vị trí hai đồng hồ chênh lệch độ cao là 4.34 m, Quy trình xử lý số liệu được thực hiện theo trình tự sau:



- Loại bỏ sai số thô: Trong tín hiệu tần số thu được chứa nhiều sai số thô, vì vậy cần loại bỏ các sai số này trước khi thực hiện bước tiếp theo. Sai số thô được loại bỏ dựa theo nguyên tắc: những giá trị nào lớn hơn 2 lần sai số trung phương của dãy trị đo thì xem là sai số thô và loại nó ra khỏi dãy trị đo. Quá trình này là quá trình tính lặp, thực hiện bằng một chương trình lập trình nhỏ. Quá trình tính lặp chỉ dừng lại khi toàn bộ trị đo trong dãy số liệu đều nhỏ hơn 2 lần sai số trung phương của dãy trị đo. Giá trị số liệu gốc được thể hiện trong Hình 4a và Hình 5a. Giá trị số liệu sau khi đã loại bỏ sai số thô được thể hiện trong Hình 4b và Hình 5b.

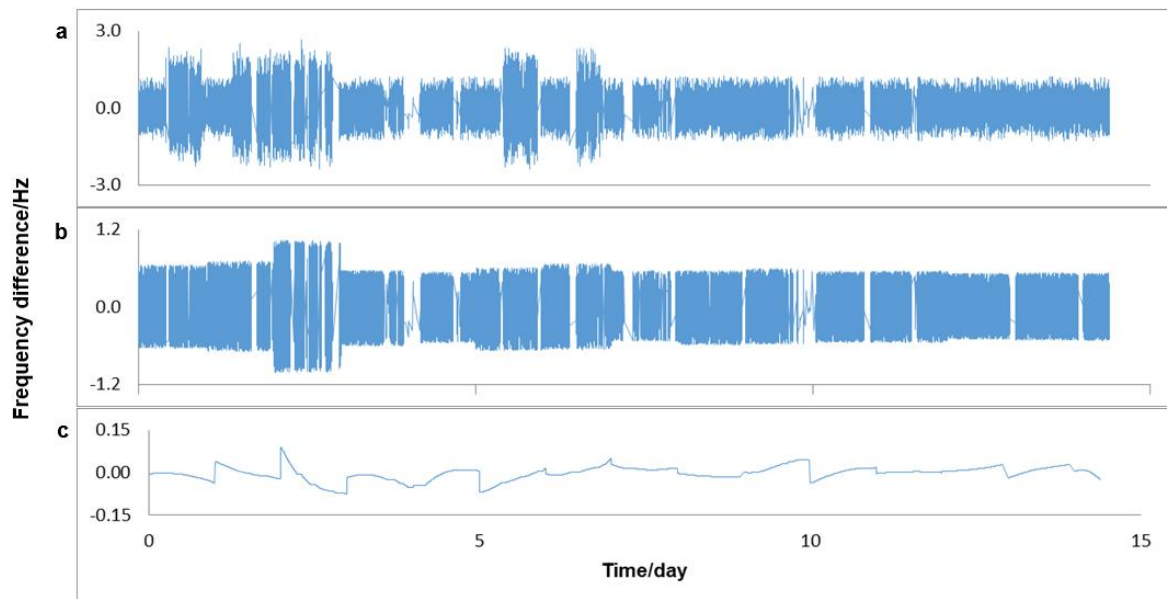
- Loại bỏ nhiễu: Sau khi loại bỏ sai số thô, chúng ta thực hiện loại bỏ nhiễu tín hiệu. Ở bước này chúng tôi sử dụng phương pháp EEMD (Ensemble Empirical Mode Decomposition) để loại bỏ các nhiễu, “làm trơn” số liệu. EEMD là một phương pháp loại bỏ nhiễu được ứng dụng nhiều trên thế giới [14]. Nhiều nghiên cứu đã trình bày cụ thể về phương pháp EEMD và chứng minh rằng phương pháp này có hiệu quả rất tốt trong việc loại bỏ các nhiễu trong các chuỗi số liệu tín hiệu tần số [15,16]. Kết quả sau khi loại bỏ nhiễu bằng phương pháp EEMD được thể hiện trong Hình 4c và Hình 5c.

- Tính giá trị trung bình và sai số: Sử dụng kết quả của phương pháp EEMD, tính giá trị trung bình của mỗi ngày đo. Từ đó, tính giá trị trung bình có trọng số và sai số trung phương của hai dãy trị đo tại hai vị trí.

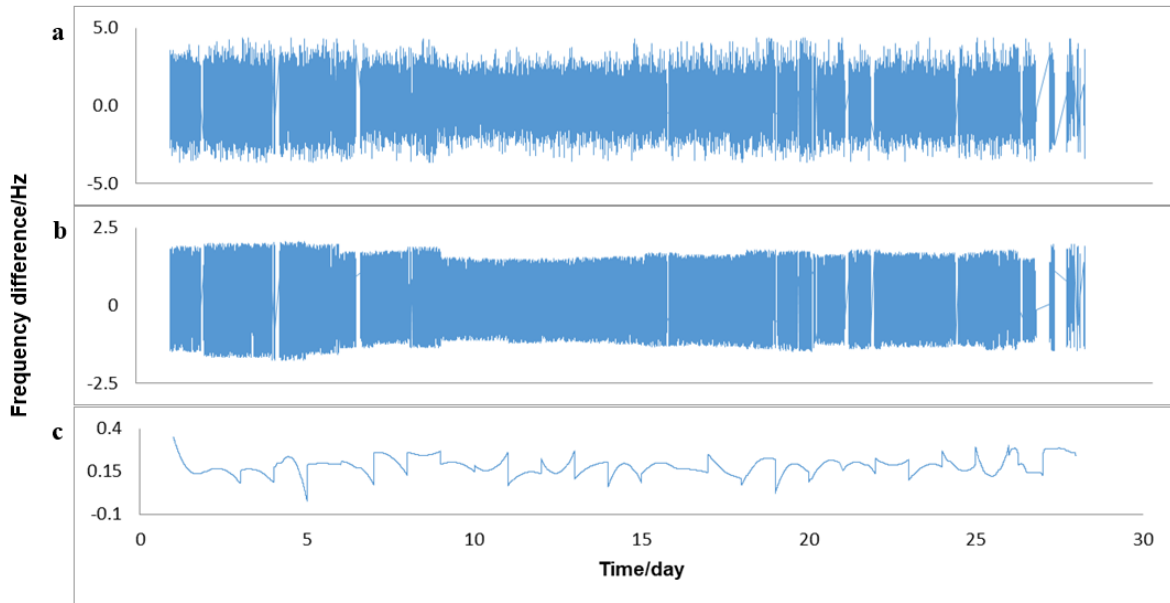
### 3.2. Kết quả nghiên cứu

Nhìn vào Hình 4 và Hình 5 ta có thể thấy, số liệu gốc ban đầu chứa nhiều sai số lớn. Sau quá trình loại bỏ sai số thô, dãy số liệu đã trở nên ổn định hơn (Hình 4b và Hình 5b). Tiếp theo, kỹ thuật EEMD được áp dụng cho các tập dữ liệu được xử lý để loại bỏ nhiễu định kỳ. Kết quả thu được là chuỗi tín hiệu đã trở nên “mịn” hơn rất nhiều (Hình 4c và Hình 5c).

Kết quả tính toán cho thấy, tại cùng một vị trí độ cao, giá trị dịch chuyển tần số giữa hai đồng hồ là  $\Delta f_1 = (0,000924 \pm 0,002005)$  Hz. Tại vị trí hai đồng hồ chênh lệch độ cao, dịch chuyển tần số giữa hai đồng hồ là  $\Delta f_2 = (0,195288 \pm 0,004252)$  Hz. Từ kết quả đo, độ chênh lệch tần số của hai đồng hồ đặt ở hai vị trí khác nhau là  $\Delta f = 0,195288 - 0,000924 = 0,194364$  Hz. Với tần số của đồng hồ nguyên tử quang sử dụng trong thí nghiệm này là  $f = 411.042.129.776.400,41$  Hz [11],  $c = 299.792.458$  m/s,  $g = 9,80665$  m·s<sup>-2</sup>, chúng tôi thu được chênh lệch độ cao giữa hai đồng hồ là  $4,33 \pm 0,11$  m (xem Bảng 1). Kết quả này tương xứng với chênh lệch độ cao  $4,34 \pm 0,03$  m đo bằng phương pháp thủy chuẩn hình học.



Hình 4. Số liệu đo tại vị trí hai đồng hồ có độ cao bằng nhau



Hình 5. Số liệu đo tại vị trí hai đồng hồ có độ chênh cao là 4.34 m

Bảng 1. Kết quả chênh cao đo được bằng so sánh tần số đồng hồ

Tần số đồng hồ (Hz)	Dịch chuyển tần số đo được (Hz)	$g$ (m/s <sup>2</sup> )	Chênh cao (m)
411,042,129,776,400.41	0.194364	9.80665	4.33(11)

#### 4. Kết luận

Trong nghiên cứu này, việc so sánh tần số đồng hồ được thực hiện bằng phương pháp truyền tần số qua sợi cáp quang. Hiện nay, đây là phương pháp so sánh tần số cho kết quả có độ chính xác cao nhất [12]. Việc thực hiện so sánh tần số đồng hồ tại hai vị trí giúp cho kết quả của thí nghiệm loại bỏ được sai số hệ thống. Kết quả nghiên cứu phù hợp với độ chính xác của đồng hồ sử dụng trong thí nghiệm.

Chúng tôi sử dụng phương pháp EEMD để xử lý chuỗi số liệu đo. Kết quả cho thấy phương pháp EEMD lọc nhiễu hiệu quả của dữ liệu tần số truyền qua sợi cáp quang. Các tín hiệu tần số thường là tín hiệu phi tuyến tính liên tục và bị ảnh hưởng khá nhiều bởi nhiễu. Việc xử lý các tín hiệu này theo các phép biến đổi cũ (biến đổi Fourier, biến đổi Wavelet, v.v.) thường không mang lại kết quả như mong muốn [17]. Từ các nghiên cứu đã công bố [15, 16] và kết quả tính toán trong nghiên cứu này cho thấy phương pháp EEMD là phương pháp giảm nhiễu phù hợp, có thể sử dụng để xử lý tín hiệu tần số trong các phép đo trắc địa.

Kết quả của nghiên cứu cho thấy phương pháp so sánh tần số đồng hồ truyền qua sợi cáp quang có nhiều hứa hẹn trong việc xác định chênh cao giữa các điểm. Hạn chế của phương pháp này là cần có kết nối sợi quang giữa hai điểm đo. Vì thế, hiện nay các nhà khoa học đang nghiên cứu việc kết nối và so sánh tần số đồng hồ truyền trong không gian.

Việc ứng dụng trắc địa tương đối tính trong nghiên cứu Trắc địa tại Việt Nam đang là vấn đề khá mới mẻ, là cánh cửa cần được khai phá và ứng dụng. Hạn chế hiện nay là đồng hồ nguyên tử quang chúng ta chưa có để tiến hành các thí nghiệm nghiên cứu. Hy vọng trong tương lai, với sự phát triển của khoa học công nghệ, các đồng hồ nguyên tử quang sẽ trở nên phổ biến và Việt Nam sẽ có nhiều ứng dụng của các đồng hồ độ chính xác cao này vào công tác Trắc địa.

#### Lời cảm ơn

Cảm ơn Học viện đổi mới khoa học và đo lường độ chính xác cao, thuộc Viện hàn lâm khoa học Trung Quốc, tại Vũ Hán, Hồ Bắc, Trung Quốc đã cung cấp số liệu cho nghiên cứu này.

#### Cam kết của các tác giả

Các tác giả cam kết không có xung đột lợi ích trong bài báo này.



### Tài liệu tham khảo

- [1] US Department of Commerce, NOAA; US Department of Commerce, NOAA. "National Geodetic Survey - Home". *www.ngs.noaa.gov*. Retrieved 2020-09-07.
- [2] Phạm Hoàng Lân, Bùi Quang Tuyên, “Thêm một thể nghiệm đo cao GPS đạt độ chính xác thủy chuẩn hạng III Nhà nước ở Việt Nam”, *Tạp chí khoa học đo đạc và bản đồ*, số 4, trang 9-13, 2010.
- [3] A. Einstein, “Die Feldgleichungen der Gravitation”, in *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*. Berlin, Germany, pp. 844–847, 1915.
- [4] A. Bjerhammar, “On a relativistic geodesy”, *Bull. Géodésique*, vol. 59, no. 3, pp. 207–220, Sep. 1985.
- [5] W. Shen, D. Chao, and B. Jin, “Determination of the geopotential and orthometric height based on frequency shift equation”, *Natural Sci.*, vol. 3, no. 5, pp. 388–396, 2011.
- [6] Hoàng Anh Thế, Nguyễn Quang Phúc, “Xác định độ cao chính bằng tín hiệu GPS dựa trên thuyết tương đối rộng,” *Tuyển tập báo cáo khoa học Hội nghị khoa học địa chất biển lần thứ 3*, 2019.
- [7] C. Lisdat et al., “A clock network for geodesy and fundamental science”, *Nature Commun.*, vol. 7, p. 12443, Aug. 2016.
- [8] J. Grotti et al., “Geodesy and metrology with a transportable optical clock”, *Nature Phys.*, vol. 14, no. 5, pp. 437–441, May 2018.
- [9] H. Yao, Z. Baolin, and Z. T. Mengyan, “Liquid nitrogen-cooled Ca<sup>+</sup> optical clock with systematic uncertainty of  $3 \times 10^{-18}$ ”, *Phys. Rev. Appl.*, vol. 17, no. 3, Mar. 2022.
- [10] M. Takamoto, I. Ushijima, N. Ohmae, T. Yahagi, K. Kokado, H. Shinkai, and H. Katori, “Test of general relativity by a pair of transportable optical lattice clocks”, *Nature Photon.*, vol. 14, pp. 411–415, Apr. 2020.
- [11] H. Yao et al. “Geopotential measurement with a robust, transportable Ca<sup>+</sup> optical clock”, *Phys. Rev. A*, 102, 050802, 2020.
- [12] A. T. Hoang, Z. Shen, W. Shen, C. Cai, W. Xu, A. Ning, and Y. Wu, “Determination of the orthometric height difference based on optical fiber frequency transfer technique”, *Geodesy Geodyn.*, vol. 12, no. 6, pp. 405–412, Nov. 2021.
- [13] B. Hofmann-Wellenhof and H. Moritz, *Physical Geodesy*. Cham, Switzerland: Springer, 2005.
- [14] K.C. Wu, et al.. A preliminary experiment of determining the geopotential difference using two hydrogen atomic clocks and TWSTFT technique. *J. Geod. Geodyn*, 11, 229–241. 2020.
- [15] Z.H. Wu, N.E. Huang. “Ensemble empirical mode decomposition: A noise-assisted data analysis method”, *Adv. Adapt. Data Anal.*, 1, 1–41, 2009
- [16] N.E. Huang, Z.H. Wu. “A review on Hilbert-Huang transform: Method and its applications to geophysical studies”. *Rev. Geophys*, 46, RG2006, 2008.
- [17] S. Gasi. A new ensemble empirical mode decomposition (EEMD) denoising method for seismic signals. *Energy Procedia*, 97, 84–91, 2016.